

# Stochastisch-Lokale Suche

Holger H. Hoos, Thomas Stützle

**Stochastisch-lokale Suchverfahren gehören zu den am meisten verwendeten und erfolgreichsten Techniken zur Lösung schwieriger kombinatorischer Probleme in der künstlichen Intelligenz (Intellektik) und verwandten Gebieten. Beispiele hierfür sind das aussagenlogische Erfüllbarkeitsproblem, Routing- und Schedulingprobleme, sowie Probleme aus dem Bereich E-Commerce und aus der Bioinformatik. Aufgrund ihrer Leistungsfähigkeit, Flexibilität und relativ einfachen Implementierung genießen stochastisch-lokale Suchverfahren eine stetig zunehmende Popularität und wissenschaftliche Bedeutung; darüberhinaus ergeben sich vielfältige Forschungsmöglichkeiten, die im folgenden ebenfalls umrissen werden.**

## 1 SLS-Verfahren

Schwierige kombinatorische Probleme treten in vielen wirtschaftlich und industriell relevanten Anwendungen auf, z.B. in der Konfiguration und im Betrieb von Produktionsanlagen, in der Planung von Telekommunikationsnetzwerken, in der Verifikation von Mikroprozessoren, im Betrieb von Erdbeobachtungssatelliten und in der Genomsequenzierung. Trotz zum Teil beachtlicher Erfolge mit vollständigen Verfahren ist in vielen Fällen die Verwendung heuristischer Methoden unerlässlich; *stochastisch-lokale Suche (SLS)* ist hierbei der wohl wichtigste und am weitesten verbreitete Ansatz [5].

Die Grundidee der stochastisch-lokalen Suche besteht darin, einen geeignet definierten Suchraum extrem schnell heuristisch zu durchsuchen. Die lokale Suche wird dabei an einer heuristisch oder zufällig bestimmten Ausgangsposition im Suchraum gestartet, und anschließend werden iterativ Suchschritte, d.h. typischerweise kleine Veränderungen an der jeweils aktuellen Suchposition, durchgeführt – mit dem Ziel, einer (optimalen) Lösung des gegebenen Problems näher zu kommen. Der Begriff *stochastisch-lokale Suche* beruht auf der Verwendung *stochastischer*, also zufälliger Entscheidungen, etwa bei der Berechnung der Ausgangsposition oder von Suchschritten, sowie auf der Tatsache, daß diese Entscheidungen zumeist nur von *lokalen* Informationen, insbesondere der Nachbarschaft der aktuellen Suchposition und ggf. von begrenzten Informationen über den bisherigen Suchverlauf, abhängen. Die Nachbarschaft einer Suchposition  $s$  wird hierbei durch eine *Nachbarschaftsrelation* definiert, welche die von  $s$  in einem Suchschritt erreichbaren Suchpositionen bestimmt. Für die formale Definition eines SLS-Algorithmus müssen noch weitere Details angegeben werden, insbesondere die für die Auswahl von Suchschritten verwendete *Schrittfunktion*, welche in der Regel auf einer *Evaluierungsfunktion* für Suchpositionen basiert, sowie ein *Abbruchkriterium* für den Suchvorgang; Details zur formalen Definition von SLS-Algorithmus finden sich in [5].

Dieser allgemeine Ansatz bildet die Grundlage für eine Vielzahl von SLS-Verfahren; zu den einfachsten SLS-Algorithmus gehören sogenannte *iterative Verbesserungsverfahren* (engl. *iterative improvement algorithms*, oft auch als *hill-climbing* oder *gradient descent* bezeichnet). Diese starten in der Regel von einer zufällig gewählten Ausgangsposition und wählen in jedem Suchschritt eine bessere Lösung aus der Nachbarschaft der aktuellen Suchposition aus und terminieren in einem lokalen Optimum der gegebenen Evaluierungsfunktion. Eine kleine Variation dieses Verfahrens,

die auf der Auswahl bestmöglicher Suchschritte innerhalb der aktuellen Nachbarschaft beruht (auch wenn diese den Evaluierungsfunktionswert verschlechtern sollten) und den Suchvorgang regelmäßig neu startet, ergibt den bekannten GSAT-Algorithmus für das aussagenlogische Erfüllbarkeitsproblem (SAT) [8], der bei seiner Vorstellung 1992 die Lösung großer und schwieriger SAT-Probleme revolutionierte und als Grundlage für eine Vielzahl von Nachfolgeverfahren diente, von denen einige zu den besten derzeit bekannten SAT-Algorithmus zählen [5].

Allgemeine SLS-Verfahren, wie *Simulated Annealing*, Tabu-Suche, dynamisch-lokale Suche, evolutionäre Algorithmen oder Ameisenalgorithmen, bilden die Grundlage für Höchstleistungsverfahren zur Lösung schwieriger kombinatorischer Probleme in vielen Anwendungsbereichen. (Diese allgemeinen Verfahren werden oftmals auch als *Metaheuristiken* bezeichnet). Neben ihrer in vielen Fällen herausragenden Leistungsfähigkeit zeichnen sich SLS-Algorithmus oftmals dadurch aus, daß sie auf einfache und naheliegende Weise auf leicht veränderte Problemstellungen angepaßt werden können. Darüberhinaus sind SLS-Verfahren im Vergleich zu vollständigen Verfahren meist relativ einfach zu implementieren und inhärent hochgradig parallelisierbar.

## 2 SLS-Forschung

SLS ist seit den 1950er Jahren Forschungsgegenstand in der künstlichen Intelligenz und im *Operations Research*. Die bisherigen Forschungsschwerpunkte lassen sich grob einteilen in Algorithmen, Anwendungen und Grundlagen.

Im Bereich der SLS-Algorithmus lag in den 1950ern bis 1970ern der Schwerpunkt der Forschungsaktivitäten vornehmlich auf der Entwicklung von iterierten Verbesserungsverfahren. Diese Anstrengungen führten zu ersten Meilensteinen wie den variablen Tiefensuchverfahren von Kernighan und Lin für das Graphenpartitionierungsproblem und das Handlungsreisendenproblem (engl. *traveling salesman problem* oder TSP). Seit den 1980ern wird verstärkt an allgemeinen SLS-Verfahren gearbeitet. Als wichtige Meilensteine gelten die Einführung des *Simulated Annealing* [7] und der Tabu-Suche [3], aber auch frühere Arbeiten an evolutionären Algorithmen. Die Entwicklung allgemeiner SLS-Verfahren ist noch immer ein äußerst aktiver und produktiver Forschungsbereich, wie sich an neueren Verfahren, wie den Ameisenalgorithmen, zeigt [2].

Eng mit der Neu- und Weiterentwicklung von SLS-Algorithmen sind auch deren Anwendungen verbunden. Dabei spielen akademische, oft konzeptionell vereinfachte oder abstrahierte Versionen von Problemstellungen aus der Praxis eine wichtige Rolle. Eines der bedeutsamsten Probleme dieser Art ist das TSP, und die Tatsache, daß Hochleistungs-SLS-Algorithmen für dieses Problem hervorragende Lösungen für Instanzen mit bis zu 25 Millionen(!) Städten mit praktisch vertretbarem Aufwand berechnen können [1], verdeutlicht eindrucksvoll das Leistungspotenzial moderner SLS-Algorithmen. Diese Leistungsfähigkeit zeigt sich im zunehmenden und äußerst erfolgreichen Einsatz von SLS-Algorithmen zur Lösung komplexer Anwendungsprobleme, etwa in den Bereichen Logistik, Produktionsplanung und Bioinformatik.

Wichtige Forschungsanstrengungen zum Thema stochastisch-lokale Suche beschäftigen sich mit grundlegenden wissenschaftlichen Fragestellungen. Hierbei besteht ein enger Bezug zu Bereichen der theoretischen und empirischen Algorithmik. Auf der theoretischen Seite wurden beispielsweise eine Komplexitätstheorie für lokale Suchverfahren entwickelt [6] und Konvergenzeigenschaften wichtiger SLS-Verfahren bewiesen [2, 4]. Auf der empirischen Seite finden sich u.a. wichtige Beiträge zur experimentellen Analyse randomisierter Suchverfahren sowie zur Untersuchung von Suchraumstrukturen kombinatorischer Probleme und deren Einfluß auf die Performanz von SLS-Algorithmen [5].

### 3 SLS-Trends

Kombinatorische Probleme sind in der Informatik, im Bereich *Operations Research* und in vielen Anwendungsgebieten allgegenwärtig, und ihre theoretische, praktische und ökonomische Relevanz sowie der Bedarf an leistungsfähigen Lösungsmethoden kann schwerlich überschätzt werden. Gerade deshalb ist die stochastisch-lokale Suche heutzutage ein äußerst aktives und relevantes Forschungsgebiet, welches anwendungs- und grundlagenorientierte Aspekte gleichermaßen umfaßt und zunehmend eine zentrale Rolle in der Algorithmik spielt. Obgleich es schwierig ist, zukünftige Entwicklungen im Bereich SLS zuverlässig vorherzusagen, so zeichnen sich doch einige vielversprechende und interessante Richtungen ab, die wir im folgenden kurz skizzieren.

Experimentelle Ansätze bilden derzeit die wichtigste Grundlage der Performanz- und Verhaltensanalyse von Hochleistungs-SLS-Algorithmen. Daher ist davon auszugehen, daß die systematische Weiterentwicklung und Anwendung der hierbei verwendeten Methodik auch in Zukunft eine wichtige Rolle spielen wird. In diesem Zusammenhang hat das Gebiet der stochastisch-lokalen Suche, wie auch die Informatik im allgemeinen, noch erheblichen Nachholbedarf gegenüber den etablierten empirischen Wissenschaften, wie etwa der Chemie, der Physik oder der Biologie. Von erheblichem Interesse ist auch die Erforschung des Zusammenhangs zwischen den Eigenschaften von Probleminstanzen, strukturellen Aspekten der entsprechenden Suchräume und dem Verhalten von SLS-Algorithmen. Es ist zu erwarten, daß Ergebnisse in diesem Bereich die Grundlage für die systematische Neu- und Weiterentwicklung von SLS-Algorithmen bilden werden; von besonderem Interesse sind hierbei robuste, selbst-kalibrierende SLS-Verfahren.

Von erheblicher Bedeutung ist selbstverständlich auch die theoretische Analyse von SLS-Algorithmen und insbesondere die analytische Charakterisierung des Laufzeit- und Lösungsverhalten von SLS-Algorithmen sowie deren Approximationsverhalten – komplexe SLS-Algorithmen sind zwar bezüglich ihrer empirischen Leistungsfähigkeit den besten derzeit bekannten Approximationsalgorithmen oftmals weit überlegen, dies ist jedoch in der Regel derzeit nicht durch theoretische Ergebnisse formal abgesichert. Trotz der Schwierigkeit der technischen Probleme, die es in diesem Bereich zu bewältigen gilt, ist davon auszugehen, daß anhaltende Forschungsaktivitäten zu interessanten und wichtigen theoretischen Resultaten führen werden.

Insgesamt ist zu erwarten, daß wesentliche Fortschritte in der Entwicklung und Anwendung von Höchstleistungs-SLS-Verfahren in zunehmendem Maße durch den Einsatz systematischer und methodisch fundierter iterativer Entwurfsprozesse (engl. oft als *principled iterative design* oder *algorithms engineering* bezeichnet) erzielt werden. Dies steht im Kontrast zu herkömmlichen Ansätzen, die zum erheblichen Teil auf schwer kommunizierbarer und formalisierbarer Erfahrung beruhen und damit oftmals eher den Charakter kunsthandwerklicher Tätigkeit als den einer wissenschaftlichen Disziplin tragen. Es ist davon auszugehen, daß neue Entwurfsmethoden in zunehmendem Maße Gebrauch von konzeptuellen formalen Modellen (z.B. *generalised local search machines* [5]) sowie von Softwareumgebungen und -werkzeugen machen werden, welche die Entwicklung, Implementierung und experimentelle Analyse von SLS-Algorithmen gezielt unterstützen. Wichtige Impulse sind dabei von Methoden aus der Statistik und dem maschinellen Lernen zu erwarten, z.B. in Form von Verfahren zur automatischen Kalibrierung von Parametern.

Wichtige Forschungsziele werden sich auch weiterhin im Kontext neuer Anwendungsbereichen und neuer Problemstellungen ergeben. Fortschritte in der Grundlagenforschung im Bereich stochastisch-lokale Suche ermöglichen die Anwendungen von SLS-Algorithmen zur Lösung zunehmend komplexer und realitätsnaher Problemstellungen. Von zunehmendem Interesse sind dabei kombinatorische Probleme mit mehreren Zielfunktionen (Mehrzieloptimierung) sowie dynamische Probleme, bei denen sich die Problemstellung während des Lösungsablaufs ändern kann.

In jedem Falle ist zu erwarten, daß anhaltender Fortschritt im Verständnis, in der Entwicklung und in der Anwendung von SLS-Algorithmen dazu beitragen wird, daß stochastisch-lokale Suche als einer der wichtigsten Ansätze zur Lösung von schwierigen, praxisrelevanten kombinatorischen Problem weiterhin an Bedeutung in der KI, der Informatik und vielen Anwendungsbereichen gewinnt.

### Literatur

- [1] D. Applegate, W. Cook, and A. Rohe. Chained Lin-Kernighan for large traveling salesman problems. *INFORMS Journal on Computing*, 15(1):82–92, 2003.
- [2] M. Dorigo and T. Stützle. *Ant Colony Optimization*. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 2004.
- [3] F. Glover. Tabu search – part I. *ORSA Journal on Computing*, 1(3):190–206, 1989.
- [4] B. Hajek. Cooling schedules for optimal annealing. *Mathematics of Operations Research*, 13(2):311–329, 1988.

- [5] H. H. Hoos and T. Stützle. *Stochastic Local Search—Foundations and Applications*. Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, CA, USA, 2004. Siehe auch [www.sls-book.net](http://www.sls-book.net).
- [6] D. S. Johnson, C. H. Papadimitriou, and M. Yannakakis. How easy is local search? *Journal of Computer and System Science*, 37(1):79–100, 1988.
- [7] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt Jr., and M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220:671–680, 1983.
- [8] B. Selman, H. Levesque, and D. Mitchell. A new method for solving hard satisfiability problems. In *Proc. of AAAI'92*, pages 440–446. AAAI Press, 1992.

### Kontakt

Prof. Holger H. Hoos  
University of British Columbia  
Computer Science Department  
Vancouver, Kanada  
email: [hoos@cs.ubc.ca](mailto:hoos@cs.ubc.ca)

Dr. Thomas Stützle  
Technische Universität Darmstadt  
Fachbereich Informatik  
64283 Darmstadt  
email: [stuetzle@informatik.tu-darmstadt.de](mailto:stuetzle@informatik.tu-darmstadt.de)



**Holger Hoos** ist Assistant Professor an der University of British Columbia in Vancouver (Kanada), wo er als Mitgründer des Bioinformatics, Empirical and Theoretical Algorithmics Laboratory (BETA Lab) vorwiegend Forschung im Bereich empirische Algorithmik (mit Anwendungsschwerpunkten in der Bioinformatik und in der KI) betreibt.



**Thomas Stützle** ist wissenschaftlicher Assistent am Fachbereich Informatik der Technischen Universität Darmstadt. Er war in mehrere Forschungsprojekte in der stochastisch-lokalen Suche involviert und seine Forschung beschäftigt sich vornehmlich mit SLS-Verfahren, der empirischen Analyse von SLS-Algorithmen und deren Anwendungen.